

JEU-CONCOURS

PIERRE TOUGNE

N° 27

L'ART DE TRANSVASER

Un marchand d'huile doit livrer une quantité d'huile comprise entre un et douze litres, mais qu'il ne connaît pas à l'avance. Pour cela il dispose de trois urnes vides de 7, 8, et 9 litres ainsi que deux urnes pleines de 12 et 13 litres. Malheureusement son chameau ne peut porter que trois urnes : deux vides et un plein. Quels devront être ces trois urnes pour qu'il puisse satisfaire n'importe quelle commande du client ? Il

est entendu qu'il doit délivrer la quantité souhaitée en une seule fois simplement par un transvasement.

Envoyez vos réponses aux questions sur carte postale à *Pour la Science*, 8, rue Férou, 75006 Paris. Parmi les réponses exactes reçues pendant le mois de septembre 1996, dix gagnants tirés au sort recevront un livre de la Collection *Univers des Sciences*.



RÉPONSE AU JEU-CONCOURS N°25

La clé de ce problème est le théorème de Ceva, qui est resté dans la mémoire de nombreux lecteurs. Ce théorème indique que si AI, BJ, CK sont trois droites concurrentes, alors :

$$\frac{IB}{IC} \times \frac{JC}{JA} \times \frac{KA}{KB} = -1$$

Dans le problème qui nous intéresse, soient B' et C' les points d'intersections de la droite OO' (parallèle à BC) avec les côtés AB et AC du triangle. Les triangles AB'M et ABI, ainsi que AC'M et AIC sont semblables deux à deux, et

$$\frac{IB}{IC} = \frac{MB'}{MC'}$$

Or $MB' = OB' + OM = r/\sin B + r = r(1 + 1/\sin B)$; de même $MC' = r(1 + 1/\sin C)$.

$$\text{Donc : } \frac{IB}{IC} = \frac{1 + 1/\sin B}{1 + 1/\sin C}$$

$\frac{JC}{JA}$ et $\frac{KA}{KB}$ s'obtiennent immédiatement par permutation circulaire de A, B et C, et l'on vérifie que le produit des trois rapports est égal à -1. CQFD.

